

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 266.

**Содержаніе:** Отъ Издательской Комиссіи ИМПЕРАТОРСКАГО Вольнаго Экономическаго Общества. — Катодные лучи и лучи Рѣнтгена. Часть II. Лучи Рѣнтгена. *J. Perrin'a*. — Аккумуляторы, ихъ дѣйствіе, устройство и употребленіе. *К. Сму-жевскаго*. — Новыя составныя части атмосферы. *В. Г.* — Изобрѣтенія и открытія: Электрогравированіе. *Э. Г.* Искусственный черный мраморъ. *Э. Г.* — Разныя извѣстія. — Задачи №№ 517—522. — Рѣшенія задачъ 2-й серіи №№ 184, 327, 331, 338, 3-ей серіи №№ 427, 428, 429. — Обзоръ научныхъ журналовъ: *Bulletin de la Société Astronomique de France*. 1897 г. № 8. *E. C. Mathesis*. 1897. № 6. *Д. Е.* — При-сланныя въ редакцію книги и брошюры. — Объявленія.

### Отъ Издательской Комиссіи ИМПЕРАТОРСКАГО Вольнаго Экономическаго Общества.

Издательская Комиссія И. В. Э. О. обращается ко всѣмъ ли-цамъ, желающимъ принять участіе въ составленіи предпринятыхъ И. В. Э. О-вомъ научно-популярныхъ изданій.

Изданія Общества имѣютъ въ виду взрослого читателя, неполу-чившаго средняго образованія.

Предполагаемыя изданія будутъ заключать въ себѣ двѣ серіи книгъ.

#### I. Первоначальные учебники для самообразованія.

Серія первоначальныхъ учебниковъ обнимаетъ собою слѣдующія отрасли знаній: элементарная математика, механика, физика, химія, геологія, минералогія, ботаника, агрономія, зоологія, анатомія, физио-логія и психологія, географія (математическая, физическая и полити-ческая,—всеобщая и русская), исторія культуры и сельскаго хозяйства, политическая экономія и право. Каждому изъ этихъ отдѣловъ наукъ можетъ быть посвящено, смотря по надобности, одинъ или нѣсколько учебниковъ, атласовъ и другихъ печатныхъ руководствъ и пособій.

Каждый учебникъ не долженъ превышать 6 — 8 печатныхъ ли-стовъ въ 40 т. буквъ текста, не считая рисунковъ, чертежей, картъ и проч.



## II. Научно-популярныя книги для чтенія.

Книжки этой серіи изданій, размѣрами до 3-хъ печатныхъ листовъ каждая, посвящаются различнымъ научнымъ темамъ, какъ теоретическаго, такъ и прикладнаго характера. На первое время Комиссія имѣетъ въ виду по преимуществу темы естественно-историческаго содержанія.

Всѣ дальнѣйшія подробности, касающіяся какъ характера намѣченныхъ къ изданію книгъ, такъ и условій авторскаго вознагражденія, сообщаются желающимъ письменно.

Комиссія будетъ очень благодарна всѣмъ тѣмъ, кто возьметъ на себя трудъ подѣлиться съ нею своими мнѣніями, наблюденіями и опытностью въ области предпринятаго ею дѣла.

*Адресъ для корреспонденціи:* Спб. Забалканскій просп. д. 33. Императорское Вольное Экономическое Общество. Издательская Комиссія.

# Катодные лучи и лучи Рёнтгена.

(Продолженіе \*).

## ВТОРАЯ ЧАСТЬ.

# ЛУЧИ РЁНТГЕНА.

### I.

## Общія свойства.

1. Представимъ себѣ пространство, со всѣхъ сторонъ окруженное металлическимъ слоемъ, напр. оловяной бумагой или листовымъ алюминіемъ, и внутри этого пространства — трубку съ катодными лучами. Стѣнка нашей преграды непроницаема для всѣхъ извѣстныхъ родовъ свѣта, а также для какого бы то ни было электростатическаго вліянія.

Однако, если приблизить къ ней экранъ, покрытый платиноціанистымъ баріемъ, экранъ начинаетъ свѣтиться. Многія другія вещества также флуоресцируютъ. При тѣхъ же условіяхъ на фотографической пластинкѣ, завернутой въ черную бумагу или не завернутой, обнаруживается дѣйствіе.

Если между металлической оболочкой и флуоресцирующимъ экраномъ помѣстить какой нибудь предметъ, то на экранѣ появляется тѣнь предмета, болѣе или менѣе ясная, смотря по природѣ предмета. Та же тѣнь выступаетъ послѣ проявленія и на фотографической пластинкѣ, если ею замѣнить экранъ. Трубка съ разряженнымъ газомъ, предметъ и тѣнь расположены на прямой линіи: трубка, слѣдовательно, испускаетъ лучи; это — лучи Рёнтгена.

\*) См. № 261.



Если помѣстить второй предметъ какой бы то ни было формы и природы, на пути лучей, дающихъ силуэтъ перваго предмета, то этотъ силуэтъ становится темнѣе, но никогда онъ не перемѣщается или деформируется. Это доказываетъ, по крайней мѣрѣ въ первомъ приближеніи, что лучи, о которыхъ идетъ рѣчь, не преломляются.

Съ другой стороны при обращеніи въ порошокъ тѣла прозрачность его по отношенію къ лучамъ Рѣнтгена не уменьшается. Они, слѣдовательно, если и отражаются, то весьма незамѣтно: вспомнимъ, что к. сокъ стекла, пропускающій обыкновенный свѣтъ, задерживаетъ свѣтъ, если стекло обратить въ порошокъ.

Если, наконецъ, мы прибавимъ, что наэлектризованное тѣло, помѣщенное близъ металлической оболочки, быстро разряжается, то этимъ будутъ указаны тѣ свойства, которыя являются слѣдствіемъ непосредственнаго качественного открытія. Мы увидимъ, какъ эти свойства могутъ быть изучены шире и точнѣе.

2. Предыдущее экспериментальное опредѣленіе показываетъ, что металлы по отношенію къ лучамъ Рѣнтгена не обладаютъ такой совершенной непрозрачностью, какую они обнаруживаютъ по отношенію къ обыкновенному свѣту. Съ другой стороны не извѣстно тѣла, которое было бы для этихъ лучей столь же прозрачно, какъ вода или кварцъ для свѣта. За неимѣніемъ точныхъ измѣреній, которыя дали бы таблицу коэффиціентовъ поглощенія, я привожу нѣкоторыя указанія.

Тяжелые металлы, платина, золото, ртуть, свинецъ практически непрозрачны для толщины порядка одной десятой миллиметра; мѣдь, желѣзо, цинкъ уже менѣе непрозрачны; алюминій, калийныя и известковыя стекла проницаемы для лучей, если даже взять слой толщиной въ нѣсколько миллиметровъ; кости болѣе прозрачны, но пропускаютъ лучи значительно хуже, чѣмъ мускулы; дерево, параффинъ, вода прозрачны въ слоѣ больше дециметра. Наконецъ газы, самыя прозрачныя тѣла при обыкновенныхъ условіяхъ температуры и давленія, задерживаютъ лучи въ слоѣ въ нѣсколько метровъ \*).

3. Мы видимъ, что вообще наиболѣе плотныя тѣла являются наиболѣе поглощающими лучи. Это уже установлено для катодныхъ лучей. Тѣмъ не менѣе смѣшеніе обоихъ родовъ лучей невозможно. Катодныя лучи не могутъ проникать сквозь твердыя препятствія, толщина которыхъ замѣтно превышаетъ сотую часть миллиметра.

Кромѣ того катодныя лучи очень сильно разсѣиваются, проходя сквозь матеріальную среду, тогда какъ лучи Рѣнтгена никогда не разсѣиваются. Катодныя лучи очень сильно отклоняются магнитомъ, а лучи Рѣнтгена никогда не отклоняются. Катодныя лучи, наконецъ, заряжены отрицательнымъ электричествомъ, а я доказалъ, что лучи Рѣнтгена, введенные въ цилиндръ Фарадея, надлежащимъ образомъ

\*) По *Benoist* (*Comptes rendus*, t. CXXIV, стр. 146) для газовъ поглощеніе пропорціонально плотности газа. Этотъ законъ противорѣчитъ болѣе позднимъ наблюденіямъ *Rutherford'a*, который изучилъ большое число газовъ (*Philosoph. Magazine*, 1897, стр. 254); хлороводородъ, напр., который легче углекислоты, оказался значительно непрозрачнѣе.



защищенный, не сообщаютъ ему никакого заряда. Для этого я воспользовался въ точности тѣмъ же расположеніемъ, которое дало мнѣ возможность доказать электризацію катодныхъ лучей. Только, для большей точности, я пользовался квадратнымъ электрометромъ.

4. Такимъ образомъ оба рода лучей различны; но между ними существуетъ нѣкоторое соотношеніе, которое тотчасъ открывается, лишь только пытаются точно установить ту область, откуда исходятъ лучи Рѣнтгена.

Для этой цѣли достаточно воспользоваться способомъ камеры-обскуры, при помощи котораго получаютъ изображенія освѣщенныхъ предметовъ безъ чечевицъ и зеркалъ. Такимъ образомъ получается и изображеніе активныхъ частей трубки съ разрѣженнымъ газомъ, если помѣстить на разстояніи нѣсколькихъ сантиметровъ отъ чувствительной пластинки латунную пластинку съ небольшимъ отверстіемъ, а затѣмъ, опять на разстояніи нѣсколькихъ сантиметровъ, трубку.

Такимъ образомъ оказывается, что активныя части стѣнки трубки суть исключительно тѣ части, на которыя падаютъ катодные лучи. Вообще, располагая внутри трубки на пути катодныхъ лучей какое бы то ни было матерьяльное препятствіе, я наблюдалъ изображеніе этого препятствія на чувствительной пластинкѣ, образующей дно камеры-обскуры. Впрочемъ нѣтъ никакого соотношенія между видимой флуоресценціей, появляющейся иногда на препятствіи, и интенсивностью испускаемыхъ лучей Рѣнтгена.

Короче говоря, въ тѣхъ точкахъ, гдѣ какое бы то ни было вещество задерживаетъ катодные лучи, образуются лучи Рѣнтгена \*). Въ другихъ мѣстахъ они повидимому никогда не образуются; катодъ въ частности не испускаетъ лучей Рѣнтгена.

Прибавимъ еще, что область, испускающая лучи Рѣнтгена, не напоминаетъ раскаленной пластинки, которая даетъ больше свѣта въ нормальномъ направленіи, чѣмъ въ наклонномъ, а скорѣе похожа на пламя горѣлки, дающее приблизительно одинаковое количество лучей по всѣмъ направленіямъ.

На практикѣ эти свойства дали возможность улучшить самыя трубки. Въ настоящее время получаютъ прекрасные источники лучей Рѣнтгена, помѣщая тугоплавкій антикатодъ въ точкѣ схода катодныхъ лучей, исходящихъ изъ вогнутого катода: это фокусныя трубки.

5. Прямолинейность распространенія. Всѣ попытки получить при помощи лучей Рѣнтгена явленія отраженія, преломленія и разсѣянія вели лишь къ все болѣе и болѣе точному доказательству прямолинейности ихъ распространенія, которой ничто не можетъ нарушить.

Правильное отраженіе для этихъ лучей никогда не было доказано. Даже и диффузное отраженіе въ настоящее время невѣроятно:

\*) Этотъ результатъ былъ извѣстенъ Рѣнтгену съ самаго начала. Во всякомъ случаѣ когда я производилъ опыты, о которыхъ говорится въ этомъ параграфѣ (Comptes rendus, стр. 716; мартъ 1896), все это еще не было установлено. Нѣкоторые физики полагали, будто необходима зеленая флуоресценція, другіе видѣли источникъ лучей въ анодѣ, третьи, наконецъ, допускали возможность существованія нематерьяльныхъ фокусовъ, расположенныхъ на нѣкоторомъ разстояніи отъ стѣнокъ.



сперва, правда, думали, будто нѣкоторыя вещества обладаютъ тѣмъ свойствомъ, что каждая ихъ частица, которой достигли лучи, становится въ свою очередь источникомъ лучей той же природы, и что, напр. пластинка цинка или плавикового шпата, помѣщенная за чувствительной пластинкой, усиливаетъ благодаря этому результатъ дѣйствія лучей Рѣнтгена на фотографическую пластинку. Въ дѣйствительности здѣсь кажется имѣли дѣло съ невидимой флуоресценціей, вызванной на цинкѣ или на плавиковомъ шпатѣ. Именно для плавикового шпата Winkelman и Straubel доказали, что кажущееся отраженіе зависитъ здѣсь отъ ультрафіолетовыхъ лучей, длину волны которыхъ можно измѣрить ( $0,22 \mu$ ).

Что касается преломленія, то всѣ испытанные способы сводятся къ тому, чтобы получить при помощи призмы съ вертикальнымъ ребромъ нижнюю половину пучка лучей, находящагося въ вертикальной плоскости. За призмой помѣщена чувствительная пластинка, гдѣ рисуется слѣдъ лучей, не прошедшихъ сквозь призму, и слѣдъ лучей, прошедшихъ сквозь нее. Оба силуэта составляютъ продолженіе другъ друга, и, слѣдовательно, преломленія нѣтъ. Я былъ однимъ изъ первыхъ, воспользовавшихся этимъ способомъ \*). Самые точные въ настоящее время результаты, добытые Gouy, показываютъ, что напр. для алюминія, стекла и сѣры разность между показателемъ преломленія и единицей не достигаетъ и одной милліонной.

Что касается диффракціи, то здѣсь лучшіе опыты принадлежатъ также Gouy. Опредѣляя предѣлъ, превосходящій расхожденіе пучка лучей, прошедшаго узкую щель, онъ доказалъ, что это лучи періодическаго характера и ихъ длина волны значительно ниже сотой части длины волны для зеленого цвѣта, т. е.  $0,005 \text{ м.}$  \*\*).

Наконецъ всѣ попытки наблюдать поляризацію дали лишь отрицательные результаты.

**6. Попытки теоріи.**—Всѣ вышеизложенные факты не были еще связаны простой гипотезой, которая логически связала бы ихъ съ какимъ нибудь уже изученнымъ явленіемъ; въ этомъ смыслѣ природа лучей Рѣнтгена неизвѣстна.

Гипотеза истеченія, не пользующаяся большимъ расположеніемъ, не находится, однако въ худшихъ условіяхъ, чѣмъ она была для свѣта до открытія диффракціи, и, возможно, что возбуждаемое ею недовѣріе обязано своимъ происхожденіемъ именно ея неуспѣху въ оптикѣ.

Другая гипотеза видитъ въ лучахъ Рѣнтгена отдѣльныя электромагнитныя волны, родъ рѣзкихъ толчковъ, полученныхъ эфиромъ въ моментъ остановки катодныхъ лучей. Въ этомъ случаѣ я не понимаю, какимъ образомъ лучъ не расходится тотчасъ по выходѣ изъ узкой щели.

\*) Comptes rendus, 27 января 1896, стр. 186.

\*\*) Однимъ изъ первыхъ опытовъ я доказалъ, что эта длина волны меньше длины голны для зеленого цвѣта (Comptes rendus, 27 января). Нѣсколько позднее г. Sagnac показалъ, что она по меньшей мѣрѣ въ десять разъ меньше (Comptes rendus, 30 марта). Большая точность, полученная Gouy, (Comptes rendus, 26 мая и 6 іюля) зависитъ, во-первыхъ, отъ употребленія фокуса, а главное отъ остроумной идеи воспользоваться въ качествѣ сильнаго линейнаго источника антикатодомъ, видимымъ подъ острымъ угломъ.



Наконецъ, часто предполагають, что новыя лучи суть періодическія колебанія съ короткой длиною волны. Прямолинейность распространенія объясняется тогда по принципу Huygens'a-Fresnel'я; если сверхъ того допустимъ, что скорость лучей остается одной и той же для любой среды, то примѣненіе того же принципа объяснить одновременно и отсутствіе преломленія и отсутствіе отраженія.

Опытъ не даетъ однако никакихъ указаній относительно того, поперечныя-ли это колебанія или продольныя. Все же, такъ какъ уже извѣстно, что эфиръ можетъ передавать поперечныя колебанія, и такъ какъ мы не увѣрены въ томъ же относительно другихъ колебаній, то болѣе охотно останавливаются на первомъ предположеніи. Лучи Рѣнтгена были бы тогда ультрафіолетовымъ цвѣтомъ. Тотъ фактъ, что ихъ не удалось поляризовать, не долженъ удивлять, такъ какъ мы умѣемъ поляризовать обыкновенный свѣтъ только отраженіемъ, преломленіемъ или диффракціей.

Наконецъ, насколько я знаю, еще не было высказано гипотезы относительно механизма происхожденія лучей Рѣнтгена. Быть можетъ возможно допустить, что въ тотъ моментъ, когда катодныя частицы ударяють стѣнку трубки съ разрѣженнымъ газомъ, онѣ начинаютъ вибрировать одновременно съ молекулами стѣнки. Эти послѣднія даютъ тогда флуоресценцію, видимую или невидимую, а частицы, которыя, быть можетъ, несравненно меньше молекулъ, даютъ, вибрируя, лучи Рѣнтгена.

Въ результатъ—мы еще находимся въ полной неизвѣстности. Но, съ другой стороны, не смотря на эту неизвѣстность, важность лучей Рѣнтгена благодаря этому еще возрастаетъ вслѣдствіе того, что мы знакомимся съ группой новыхъ свойствъ, заслуживающей детальнаго изслѣдованія.

## II.

### Разрядъ при помощи лучей Рѣнтгена.

Дѣйствіе лучей Рѣнтгена на наэлектризованныя тѣла, извѣстное Рѣнтгену, но не опубликованное имъ въ первой работѣ, было снова открыто независимо другъ отъ друга Benoist и Hurmuzescu во Франціи, J.-J. Thomson'омъ въ Англіи, Righi въ Италіи и нѣкоторыми другими.

Эти физики показали, что, въ отличіе отъ ультрафіолетовыхъ лучей, дѣйствующихъ только на тѣла заряженныя отрицательно, лучи Рѣнтгена дѣйствуютъ одинаково какъ на положительное такъ и на отрицательное электричество, вызывая полное разряженіе тѣлъ, подверженныхъ ихъ дѣйствию, по крайней мѣрѣ въ первомъ приближеніи. Они открыли далѣе, что для одного и того же газа скорость разряда уменьшается съ уменьшеніемъ давленія.

Гг. Benoist и Hurmuzescu, нашли сверхъ того, что скорость разряда зависитъ и отъ природы тѣла, подверженнаго дѣйствию лучей; такъ напр. платина разряжается быстрѣе чѣмъ алюминій. Но, расходясь здѣсь съ остальными физиками, они искали объясненія разряда въ томъ, что стѣнка, которую ударяють лучи, выдѣляетъ наэлектризованныя газовыя молекулы.



Д.-Д. Thomson лучше подмѣтилъ роль діэлектрика, гдѣ находится разряжаемое тѣло; онъ нашелъ, что всякій газъ, пронизываемый лучами Рѣнтгена становится проводникомъ наподобіе электролита; онъ думалъ даже, будто доказалъ, что всякая изолирующая среда, твердая или жидкая, становится при этихъ условіяхъ проводникомъ. Наконецъ, полагая, что способность проводить должна сохраниться на вѣкоторое время послѣ исчезновенія лучей, онъ показалъ, что можно разрядить тѣло, если дуть на него воздухомъ, сквозь который прежде проходили лучи Рѣнтгена, тогда какъ, если воздухъ остается неподвижнымъ, никакого разряда не происходитъ.

Этотъ опытъ былъ также произведенъ Рѣнтгеномъ, но онъ, вопреки тому, что утверждалъ Д.-Д. Thomson, нашелъ, что разрядъ происходитъ только въ газахъ. Если, напр., тѣло расположено внутри проводящей оболочки, пронизываемой для лучей, и если пространство, отдѣляющее его отъ этой оболочки, совершенно заполнено параффиномъ, то лучи Рѣнтгена, свободно проходящіе сквозь парафинъ, не могутъ сравнять потенціалъ тѣла съ потенціаломъ оболочки.

Подобно Рѣнтгену, и Righi, на основаніи чрезвычайно ясныхъ опытовъ, признавая, что газъ, пронизываемый лучами, уподобляется съ извѣстныхъ точекъ зрѣнія электролиту, надѣляется этимъ свойствомъ только газы. Онъ констатировалъ далѣе, какъ и Villari, что иногда разряжаются и такіа тѣла, которыхъ лучи не могутъ достигнуть, оставаясь прямолинейными. Не допуская вмѣстѣ съ Villari, что въ этомъ случаѣ лучи сильно искривляются, что дисгармонируетъ со всѣми извѣстными о нихъ фактами, онъ допустилъ, что подобныя результаты могутъ быть объяснены конвекціей и въ особенности разсѣяніемъ воздуха, котораго лучи достигли непосредственно. \*)

*(Продолженіе слѣдуетъ).*

## АККУМУЛЯТОРЫ,

**ихъ дѣйствіе, устройство и употребленіе.**

Статья составлена по Эльбсу

**К. Служевскимъ, преподавателемъ физики въ Лодзинской Мужской Гимназіи.**

### I.

#### Способъ дѣйствія аккумуляторовъ.

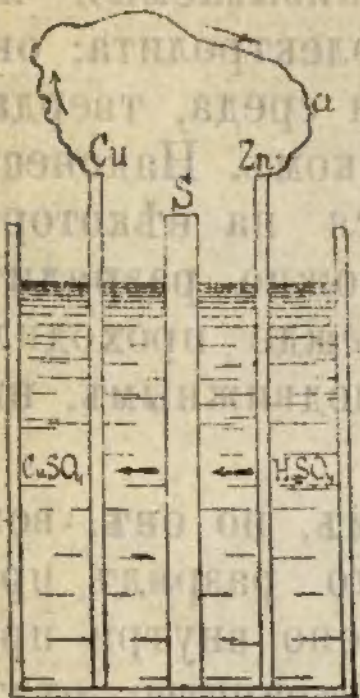
Въ каждомъ замкнутомъ вольтаическомъ <sup>1)</sup> элементѣ имѣютъ мѣ-

\*) Съ этими послѣдними результатами, опубликованными въ то время, когда я производилъ свои опыты, я ознакомился лишь много позднѣе.

<sup>1)</sup> Обыкновенно говорятъ „гальваническій элементъ“, но названіе „вольтаическій“ слѣдуетъ признать болѣе правильнымъ и подходящимъ.

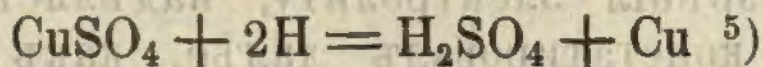
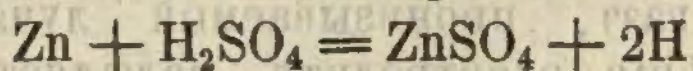


сто извѣстные химическіе процессы, составляющіе источникъ энергіи и проявляющейся въ видѣ электрическаго тока. Если замкнуть напр. элементъ Даніеля, въ которомъ цинкъ погруженъ въ разведенную сѣрную кислоту а мѣдь въ — растворъ мѣднаго купороса, (фиг. 1), то во внѣшней части цѣпи т. е. въ проводкѣ *a*, соединяющей цинкъ съ мѣдью, электричество <sup>2)</sup> течетъ отъ мѣди къ цинку, во внутренней же части цѣпи, т. е. въ самомъ элементѣ, — отъ цинка къ мѣди (черезъ перегородку *S* изъ бѣлой пористой глины). Сѣрная кислота при этомъ разлагается, цинкъ соединяется съ группою  $\text{SO}_4$  <sup>3)</sup>, образуя сѣрно-кислую окись цинка (цинковый купоросъ), которая растворяется, водородъ-же въ видѣ іоновъ <sup>4)</sup> (но не въ видѣ газовыхъ частицъ) переходитъ къ мѣди и, передавъ ей свой положительный зарядъ, образуетъ вмѣстѣ съ мѣднымъ купоросомъ сѣрную кислоту и металлическую мѣдь, осаждающуюся на мѣдной пластинкѣ элемента. Описанные химическіе процессы можно выразить слѣдующими равенствами:



Фиг. 1.

зуетъ вмѣстѣ съ мѣднымъ купоросомъ сѣрную кислоту и металлическую мѣдь, осаждающуюся на мѣдной пластинкѣ элемента. Описанные химическіе процессы можно выразить слѣдующими равенствами:



До тѣхъ поръ, пока въ элементѣ имѣется запасъ цинка и сѣрной кис-

<sup>1)</sup> Положительное электричество. Направленіемъ тока считается направление воображаемаго теченія положительнаго электричества.

<sup>2)</sup> Въ химическихъ формулахъ буквы  $\text{H}$ ,  $\text{O}$ ,  $\text{S}$ ,  $\text{Zn}$ ,  $\text{Cu}$ ,  $\text{Pb}$  и т. п. обозначаютъ атомы простыхъ тѣлъ: водорода, кислорода, сѣры, цинка, мѣди, свинца и т. п. Соединенія или группы, состоящія изъ буквъ и чиселъ, обозначаютъ родъ и количество атомовъ простыхъ тѣлъ, входящихъ въ составъ молекулы сложнаго тѣла.  $\text{H}_2\text{SO}_4$  обозначаетъ молекулу сѣрной кислоты,  $\text{ZnSO}_4$  и  $\text{CuSO}_4$  — молекулы цинковаго и мѣднаго купороса, и т. д.

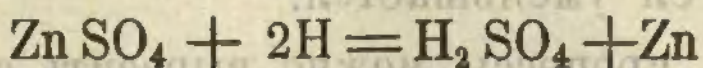
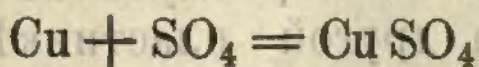
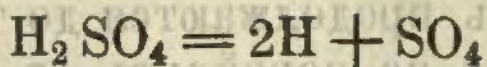
<sup>4)</sup> Если электрическій токъ разлагаетъ какое нибудь сложное тѣло, то продукты разложенія называютъ *іонами*, разлагаемое тѣло — *электролитомъ*, самый-же процессъ — *электролизомъ*. Если для разложенія какого-нибудь электролита (напр. воднаго раствора кислоты или соли) вставимъ въ сосудъ съ электролитомъ двѣ платиновыя пластинки и соединимъ одну съ положительнымъ а другую съ отрицательнымъ полюсомъ вольтаическаго элемента (или батареи), доставляющаго токъ, производящій разложеніе, то токъ этотъ будетъ чрезъ одну пластинку входить въ электролитъ, а чрезъ другую — выходить изъ него. Первую пластинку называемъ тогда *анодомъ*, вторую — *катодомъ*, обѣ же вмѣстѣ *электродами*. Электричество переносится тогда въ электролитѣ вмѣстѣ съ іонами, такъ какъ эти послѣдніе составляютъ разноименно наэлектризованныя части молекулы сложнаго, разлагаемаго токомъ тѣла. Если іонъ наэлектризованъ положительно, то онъ перемѣщается тогда по направленію къ катоду и потому называется *катіономъ*, если-же онъ наэлектризованъ отрицательно, то перемѣщается къ аноду и называется *аніономъ*. Въ молекулѣ кислоты положительными будутъ атомы водорода, въ молекулѣ соли — атомы металла, отрицательными-же іонами въ обоихъ случаяхъ — остатокъ, значитъ, въ цинковомъ купоросѣ ( $\text{ZnSO}_4$ ) положи-

тельные іоны — это атомы  $\overset{+}{\text{Zn}}$ , въ растворѣ-же сѣрной кислоты ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) — атомы водорода ( $\overset{+}{\text{H}}$ ), отрицательные же іоны въ обоихъ случаяхъ это группы ( $\text{SO}_4^-$ ).

<sup>5)</sup> Въ первой части каждаго равенства, т. е. передъ знакомъ  $=$ , помѣшены символы, обозначающіе атомы или молекулы тѣлъ, принимающихъ участіе въ химическихъ процессахъ, во второй же части, т. е. за знакомъ  $=$ , символы частицъ тѣлъ, происшедшихъ вслѣдствіе химической реакціи.



лоты, въ немъ происходятъ описанныя реакціи, сопровождаемыя электрическимъ токомъ. Цинкъ постоянно переходитъ въ цинковый купоросъ, который растворяется, и въ то же время соответственное количество мѣди выдѣляется изъ раствора мѣднаго купороса и осаждается на мѣдной пластинкѣ. Общее количество сѣрной кислоты въ элементѣ остается при этомъ безъ измѣненія, такъ какъ то ея количество, которое расходуется при раствореніи цинка, въ точности равно тому, которое получается при разложеніи мѣднаго купороса. Однимъ словомъ, расходуя цинкъ и мѣдный купоросъ, получаемъ вмѣсто нихъ соответственные количества цинковаго купороса и мѣди, а вмѣстѣ съ тѣмъ и извѣстный выигрышъ въ видѣ электрическаго тока. Эти процессы обратимы. Если чрезъ употребленный нами элементъ Даниеля пропустимъ электрическій токъ изъ другого источника, и при томъ такъ, чтобы положительное электричество вошло въ элементъ чрезъ мѣдную пластинку (анодъ), затѣмъ переходило чрезъ жидкость къ цинку и чрезъ цинкъ выходило (катодъ), то тогда группа  $\text{SO}_4$ , входящая въ растворъ сѣрной кислоты, соединится съ мѣдью и образуетъ мѣдный купоросъ, водородъ-же перейдетъ къ цинку, гдѣ вмѣстѣ съ цинковымъ купоросомъ образуетъ сѣрную кислоту, выдѣляя металлическій цинкъ:



Если притокъ электричества къ элементу происходитъ достаточно долго, элементъ возвращается къ первоначальному состоянію, т. е. къ тому состоянію, въ какомъ находился до употребленія въ качествѣ источника электричества. Такимъ образомъ вмѣсто того, чтобы вставлять въ долго дѣйствовавшій элементъ Даниеля новую цинковую пластинку и прибавлять мѣднаго купороса, можно, если понадобится, пропустить чрезъ элементъ электрическій токъ изъ другого источника и при томъ такъ, чтобы растворенный цинкъ снова выдѣлился, а выдѣленная мѣдь—растворилась. Другими словами, элементъ Даниеля можетъ играть роль *аккумулятора*, т. е. прибора, при помощи котораго можно запасать электричество. Въ этомъ приборѣ извѣстная масса цинка и мѣднаго купороса соответствуетъ извѣстному количеству электричества, извѣстному электрическому току определенной силы, дѣйствующему определенное время. Если въ извѣстный промежутокъ времени, именно тогда, когда въ элементѣ образовались цинковый купоросъ и мѣдь, отнято было у этого элемента извѣстное количество электричества, то въ другое время можно въ немъ возстановить первоначальные запасы цинка и мѣднаго купороса и соответствующее этимъ запасамъ количество электричества. Такимъ образомъ аккумуляторы—это приборы, служащіе для преобразованія электрической энергіи въ сохраняемую химическую и обратно, послѣдней, въ случаѣ нужды, въ электрическую.

Вслѣдствіе многихъ причинъ элементы Даниеля въ этомъ отношеніи неудобны и непрактичны.

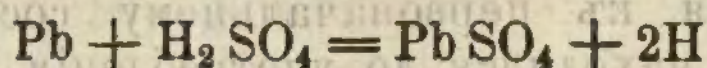
Дѣйствіе всѣхъ, по настоящее время изобрѣтенныхъ и употреб-



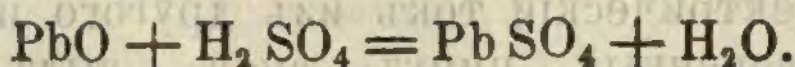
ляемыхъ аккумуляторовъ основывается на нѣскольکو иномъ химическомъ процессѣ, а именно на реакціяхъ между свинцомъ и соединеніями свинца, въ присутствіи разведенной сѣрной кислоты. Металлическія части аккумуляторовъ—это свинцовыя пластинки, изъ которыхъ одна покрывается пористымъ губчатымъ свинцомъ, другая—пористою перекисью свинца. Обѣ пластинки погружаются въ одну и ту-же жидкость именно въ слабый растворъ сѣрной кислоты.

Химическій процессъ, вызывающій электрическій токъ при разрядѣ аккумулятора, состоитъ въ слѣдующемъ. На отрицательной пластинкѣ пористый губчатый свинецъ, соединяясь съ сѣрною кислотою, образуетъ сѣрнокислую окись свинца, а освобожденный при этомъ водородъ переходитъ къ положительной пластинкѣ, отдаетъ ей свой зарядъ, но при этомъ не выдѣляется въ видѣ газа, а, соприкасаясь съ перекисью свинца, окисляется и переходитъ въ воду. Перекись свинца обращается при этомъ въ окись и въ присутствіи сѣрной кислоты переходитъ также въ сѣрнокислую окись свинца. Такимъ образомъ въ жидкости положительное электричество течетъ по направленію отъ пластинки съ губчатымъ свинцомъ къ пластинкѣ съ перекисью свинца, во внѣшней-же цѣпи—въ обратномъ направленіи. Химическій процессъ, а вмѣстѣ съ нимъ и электрическій токъ продолжаются до тѣхъ поръ, пока губчатый свинецъ и перекись свинца не перейдутъ въ сѣрнокислую окись свинца. Понятно, что на той и на другой пластинкѣ сѣрная кислота расходуется и запасъ ея уменьшается.

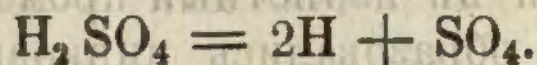
Описанные процессы можно выразить слѣдующими равенствами: на отрицательномъ полюсѣ аккумулятора:



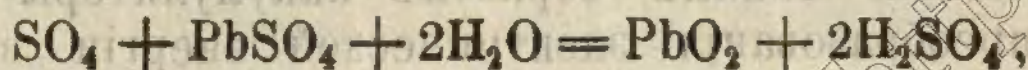
на положительномъ полюсѣ:



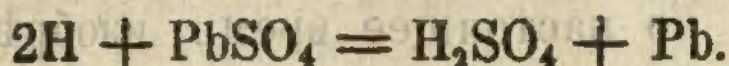
Эти процессы обратимы. Если чрезъ разряженный аккумуляторъ пропускать электрическій токъ изъ другого источника и при томъ въ обратномъ направленіи, то этотъ заряжающій токъ вызоветъ обратные химическіе процессы, а именно: разведенная сѣрная кислота будетъ играть роль электролита, согласно равенству:



Заряжающій токъ, входя въ аккумуляторъ, на положительной пластинкѣ отдѣляетъ группу  $\text{SO}_4$ , которая въ присутствіи сѣрнокислаго свинца и воды даетъ перекись свинца и свободную сѣрную кислоту:

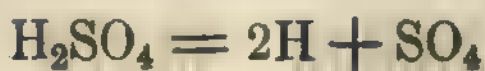


водородъ-же, на отрицательной пластинкѣ, вмѣстѣ съ сѣрнокислымъ свинцомъ, даютъ сѣрную кислоту и губчатый свинецъ, осаждающійся на этой пластинкѣ:





Если заряжающій токъ дѣйствуетъ достаточное время, то онъ возвращаетъ аккумулятору его прежнюю работоспособность: положительная пластинка покрывается по прежнему перекисью свинца, отрицательная же — губчатымъ свинцомъ, причемъ часть сѣрной кислоты, вошедшая въ соединеніе со свинцомъ, во время разряженія аккумулятора, дѣлается опять свободною. — Если аккумуляторъ будетъ доведенъ до первоначальнаго состоянія, т. е. до состоянія, въ какомъ находился въ началѣ разряженія, и, не смотря на то, заряжающій токъ еще будетъ дѣйствовать, то въ аккумуляторѣ начнутъ выдѣляться свободные водородъ и кислородъ въ такомъ относительномъ количествѣ, въ какомъ они входятъ въ составъ воды, образуя т. н. гремучій газъ. Тамъ, гдѣ токъ входитъ, т. е. у анода, будетъ выдѣляться кислородъ, какъ продуктъ реакціи между отдѣляющейся здѣсь группою  $\text{SO}_4$  и водою раствора, тамъ же, гдѣ токъ выходитъ, т. е. у катода — водородъ <sup>6)</sup>.



у анода



у катода



Съ этого времени электричество, проходящее чрезъ аккумуляторъ, не будетъ скопляться въ немъ въ видѣ перекиси свинца и губчатого свинца, но будетъ расходоваться на образованіе гремучей смѣси, уходящей въ окружающее аккумуляторъ пространство.

Разсмотрѣвъ еще разъ все, что было сказано до сихъ поръ о дѣйствіи аккумуляторовъ, находимъ, что въ аккумуляторахъ между жидкимъ проводникомъ и дѣйствующимъ веществомъ твердыхъ проводниковъ, т. е. пластинокъ, происходятъ слѣдующія реакціи:

а) При разряженіи.

Дѣйствіе разведенной сѣрной кислоты на губчатый свинецъ отрицательной пластинки и переходъ іоновъ водорода къ положительной пластинкѣ:



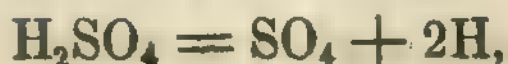
Окисленіе водорода при положительной пластинкѣ и переходъ образующійся при этомъ окиси свинца въ сѣрвокислый свинецъ:

Подъ конецъ разряженія обѣ пластинки (положительная и отрицательная) покрыты пористымъ сѣрнокислымъ свинцомъ, часть свободной сѣрной кислоты связана со свинцомъ, токъ прекращается.



б) При зарядкѣ:

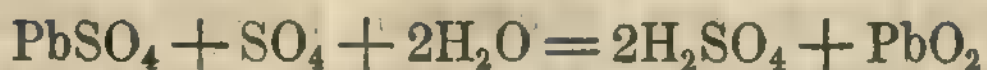
Электролизъ разведенной сѣрной кислоты



<sup>6)</sup> Процессъ такой-же, какъ въ обыкновенномъ вольтметрѣ съ платиновыми электродами, при разложеніи токомъ слабого раствора сѣрной кислоты.



переходъ сѣрвокислаго свинца на положительной пластинкѣ въ перекись:



и на отрицательной пластинкѣ въ губчатый свинецъ



Подъ конецъ заряженія отрицательная пластинка покрыта губчатымъ свинцомъ, положительная — перекисью свинца, часть сѣрной кислоты, связанной со свинцомъ, свободна, аккумуляторъ опять годенъ къ употребленію.

(Продолженіе слѣдуетъ).

## Новыя составныя части атмосферы.

Продолжая свои изслѣдованія надъ газами атмосферы, Вилліамъ Рамзэй открылъ въ послѣднее время совмѣстно съ M.-W. Travers'омъ три новыхъ газа, обладающихъ характерными спектрами и отличающихся плотностями отъ аргона и азота. Газы эти были открыты слѣдующимъ образомъ.

750сс жидкаго воздуха подвергались медленному испаренію за исключеніемъ послѣднихъ 10сс. Газъ, полученный изъ этого остатка, былъ освобожденъ отъ кислорода при помощи металлической мѣди и отъ азота обработкой смѣсью чистой извести съ магніемъ въ порошокъ, а затѣмъ дѣйствіемъ электрическихъ искръ въ присутствіи кислорода и жидкаго натра. Въ концѣ концовъ получилось 26,2 сс газа, который далъ слабый спектръ аргона и, кромѣ того, спектръ, до настоящаго времени не извѣстный. Спектръ этотъ характеризуется двумя блестящими линіями, изъ которыхъ одна почти совпадаетъ съ  $D_3$  и почти такъ же блестяща. Измѣренія этихъ линій, сдѣланныя при помощи оптической рѣшетки, содержащей 14438 линій въ дюймѣ, дали слѣдующіе результаты:

$D_1$  . . . . . 5895,0

$D_2$  . . . . . 5889,0

$D_3$  . . . . . 5875,9

$D_4$  . . . . . 5866,65 + 1,7 для приведенія къ пустотѣ.

Въ спектрѣ имѣется еще зеленая линія, приближающаяся по интенсивности къ зеленой линіи гелія, съ длиной волны 5506,3, и болѣе слабая зеленая линія съ длиной волны 5557,3.

Новаго газа не удалось отдѣлить вполне отъ аргона. Чтобы рѣшить, какія линіи спектра принадлежатъ новому газу и какія аргону, оба спектра изслѣдовались одновременно при помощи одной и той же рѣшетки. Всѣ линіи, отсутствовавшія въ спектрѣ аргона, были припи-



саны новому газу. Такимъ образомъ получились слѣдующіе результаты (ошибка въ четвергой значущей цифрѣ):

Фиолетовый . . . . .	{	4317
		4387
		4461
		4671
Синій . . . . .	{	4736
		4807
		4830
		4834
		4909
Зеленый . . . . .	{	5557,3
		5566,3
Желтый . . . . .	{	5829
		5866,5
Оранжевый . . . . .		6011

Balы предпринялъ подробное изслѣдованіе спектра этого газа. Результаты его работы еще не опубликованы.

Плотность новаго газа была опредѣлена взвѣшиваніемъ его въ баллонѣ опредѣленной вмѣстимости. Оказалось, что она равна 22,47, если принять плотность кислорода за 16. Послѣ опредѣленія плотности газъ былъ подвергнутъ очисткѣ (пропусканіе электрическихъ искръ въ присутствіи кислорода и щелочи) и затѣмъ плотность была опредѣлена вторично и найдена равной 22,51.

Измѣреніе длины звуковой волны дало слѣдующіе результаты:

Длина волны въ воздухѣ . . . . .	34,17	34,30	34,57
„ „ „ новомъ газѣ . . . . .	29,87	30,13	„

По этимъ даннымъ вычислено для отношенія удѣльныхъ теплотъ 1,66, что указываетъ на одноатомность новаго газа, подобно аргону и гелію.

Изъ всего предыдущаго слѣдуетъ, что атмосфера содержитъ новый газъ, болѣе плотный и менѣе летучій, чѣмъ азотъ, кислородъ и аргонъ. Газъ этотъ вѣроятно содержитъ одинъ атомъ въ молекулѣ, а потому представляетъ собою химическій элементъ. Элементъ этотъ названъ Ramsay'емъ *криптономъ* (скрытый). Знакъ его Kr.

Рамзэй полагаетъ, что плотность новаго газа значительно больше 22,5 и приближается къ 40. Тогда атомный вѣсъ криптона равенъ 80.

М. Бертло, сообщая свѣдѣнія о криптонѣ Парижской Академіи Наукъ, \*) обратилъ вниманіе на то, что зеленая линія 5566,3 крип-

\*) С. R. CXCVI, 1613.



тона совпадаетъ съ блестящей линіей 5567 сѣвернаго сіянія и предложилъ назвать криптономъ „эозіемъ“.

Въ слѣдующемъ засѣданіи Парижской Академіи Муассанъ сообщилъ слѣдующее письмо, полученное имъ отъ Рамзэя:

„Кромѣ криптона въ аргонѣ, извлеченномъ изъ воздуха, находятся въ весьма небольшомъ количествѣ еще два новыхъ газа. Чтобы изолировать ихъ, мы воспользовались \*) 18-ю слишкомъ литрами аргона, приготовленіе и очистка которыхъ заняли у насъ всю зиму. Первая фракція, кажется, есть тотъ газъ, на существованіе котораго я указалъ въ своемъ сообщеніи въ Торонто. Онъ еще не вполне чистъ, но даетъ очень слабыя линіи аргона. Я не видалъ ничего красивѣе содержащей его трубки, когда она освѣщается токомъ; газъ этотъ даетъ оранжево-красный свѣтъ, котораго мы никогда не получали въ нашихъ другихъ трубкахъ. Спектръ состоитъ изъ многочисленныхъ и весьма яркихъ линій въ оранжево-красной и желтой части и изъ нѣсколькихъ линій въ темно-фіолетовой. Если включить лейденскую банку, то появляются нѣсколько свѣтлыхъ линій въ зеленой и голубой частяхъ, тогда какъ нѣкоторыя изъ красныхъ линій исчезаютъ. Мы назвали этотъ газъ *неономъ* (новый).

„Фракціонируя нашъ жидкій аргонъ, мы собрали пробу къ середины операціи, когда около 10 кубическихъ сантиметровъ испарились. Эту пробу мы переслали Лорду Рэлэю, чтобы онъ опредѣлилъ ея плотность при помощи своихъ приборовъ, которые чувствительнѣе нашихъ.

„Наконецъ, когда перегонка нашего жидкаго аргона подходила къ концу, мы получили твердое тѣло, улетающее очень медленно, благодаря чему его легко получить въ весьма чистомъ видѣ.

„Пользуясь этимъ свойствомъ, мы легко выдѣлили нѣкоторое количество этого новаго газа. Его плотность равна 19,87, тогда какъ плотность аргона — 19,94. Его спектръ совершенно отличенъ отъ спектра аргона. Среди многочисленныхъ линій изъ которыхъ онъ состоитъ, есть одна зеленая, положеніе которой еще не опредѣлено, и одна желтая, не совпадающая ни съ линіей гелія, ни съ линіей криптона. Соответствующая ей длина волны равна 5849,6, тогда какъ длина волны для линіи криптона равна 5866,5, а для гелія—5875,9. Ее можно назвать D<sub>5</sub>. Этотъ новый газъ мы предлагаемъ назвать *метаргономъ*. Неонъ и метаргонъ оба одноатомны, т. е. отношеніе удѣльныхъ теплотъ для нихъ равно 1,66.

„Вотъ все, что нами сдѣлаво до настоящаго времени. Мы должны еще объяснить вамъ, почему мы не упомянули о криптонѣ, говоря о фракціонированіи жидкаго аргона.

„Причина заключается въ слѣдующемъ. Мы сохранили фракціи, кипящія при высшемъ давленіи, чѣмъ метаргонъ, но не имѣли пока времени заняться ихъ изслѣдованіемъ. Что же касается до криптона, содержащагося въ жидкомъ воздухѣ, то воздухъ долженъ быть профильтрованъ, если не желаютъ загрязнить криптонъ метаргономъ.

\*) Ramsay и Travers.



„Этотъ послѣдній является твердымъ веществомъ при температурѣ кипѣнія, тогда какъ криптонъ остается при этой температурѣ жидкимъ“.

Такимъ образомъ, благодаря работамъ Рамзэя, за послѣдніе годы въ атмосферѣ открыты четыре новыхъ вещества: аргонъ, криптонъ, неонъ и метаргонъ. Весьма вѣроятно, что дальнѣйшее изслѣдованіе обнаружитъ еще новыя вещества, ускользавшія до сихъ поръ отъ изслѣдователей, благодаря незначительности ихъ содержанія въ воздухѣ. Несомнѣнно, что изслѣдованіе большихъ массъ жидкаго воздуха, который теперь получается сравнительно очень легко, много поможетъ детальному изученію воздушной оболочки земного шара.

В. Г.

## ИЗОБРЕТЕНІЯ И ОТКРЫТІЯ.

**Электрогравированіе.** Недавно былъ открытъ Ридеромъ новый электрохимическій способъ полученія на стали различныхъ клише и оттисковъ съ барельефовъ или медалей. Способъ этотъ состоитъ въ слѣдующемъ:

Ридеръ беретъ какой нибудь барельефъ, оттискъ съ котораго онъ желаетъ получить, напримѣръ, монету, и дѣлаетъ съ него гипсовый слѣпокъ въ видѣ цилиндра въ нѣсколько сантиметровъ вышиной, на верхнемъ основаніи котораго находится оттискъ монеты; на этотъ цилиндръ надѣвается резиновая трубка и затѣмъ онъ помещается въ сосудъ, наполненный электролитической жидкостью подходящаго состава (напримѣръ, растворомъ соляной кислоты), такимъ образомъ, что нижнее основаніе цилиндра находится въ жидкости, а верхнее, на которомъ сдѣланъ оттискъ монеты, возвышается надъ ней. Въ жидкость также погружена спиральная проволока, соединенная съ отрицательнымъ полюсомъ источника электричества.

Послѣ того, какъ весь гипсъ пропитается жидкостью, на верхнее основаніе его накладываютъ стальную пластинку, соединенную съ положительнымъ полюсомъ источника электричества. Подъ вліяніемъ установившагося электрическаго тока металлъ растворяется въ тѣхъ мѣстахъ, гдѣ онъ соприкасается съ гипсомъ, такъ что черезъ нѣсколько времени стальная пластинка принимаетъ точный рельефъ монеты. Время, необходимое для полученія оттиска съ монеты величиной съ четвертакъ, равно приблизительно 3 часамъ. Напряжение тока должно равняться 10—15 вольтамъ, а сила его 0,2—0,5 ампера на кв. сантиметръ поверхности оттиска. Для того, чтобы удалять частички угля, заключающіяся въ стали и мѣшающія дѣйствию растворяющей жидкости, надо поднимать каждые 5—10 минутъ стальную пластинку и, очистивъ ее, точно класть на прежнее мѣсто.

(Revue Scientif.). Э. Г.

**Искусственный черный мраморъ.** Торговый домъ Porticci и Grasso въ Катанѣ недавно началъ эксплуатировать новое изобрѣтеніе



одного сициліанскаго инженера, который нашелъ способъ приготовленія вещества, чрезвычайно похожаго на черный мраморъ. Для этого вырубаютъ глыбы песчаника различной формы и помѣщаютъ ихъ въ желѣзномъ бассейнѣ на прочной желѣзной рѣшеткѣ, которая поддерживаетъ ихъ на разстояніи нѣсколькихъ сантиметровъ отъ дна. Затѣмъ въ бассейнѣ впускается по желѣзной трубѣ изъ печи расплавленная масса, состоящая изъ смѣси равныхъ частей асфальта и нефтяного дегтя. Масса эта поддерживается въ кипящемъ состояніи въ теченіе 36 часовъ для того, чтобы песчаникъ вполне пропитался ею. Затѣмъ глыбы вынимаются, охлаждаются на сѣткѣ изъ кирпичей и полируются. Получаемый при этомъ продуктъ не поддается дѣйствію кислотъ и атмосферному вліянію, и послѣ полированія не отличимъ отъ настоящаго чернаго мрамора.

(Nature. Cosmos). Э. Г.

## РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Въ послѣднее время на небѣ были замѣчены 5 кометъ, изъ нихъ три новыхъ. 12 іюня (31 мая) г. John Tebbutt въ Виндзорѣ замѣтилъ комету Энке въ созвѣздіи Близнецовъ. Комета эта, какъ извѣстно, возвращается 10 разъ въ каждые 33 года. 11 іюня г. Coddington, астрономъ обсерваторіи Лика, нашелъ новую комету въ созвѣздіи Скорпіона, къ югу отъ Сатурна. Блескъ этой кометы уменьшался съ каждымъ днемъ и она скоро исчезла. 14 іюня г. Perrine, тоже астрономъ обсерваторіи Лика, нашелъ слабую комету въ созвѣздіи Жирафа, надъ Персеемъ, а 16 іюня онъ замѣтилъ комету Вольфа, наблюдавшуюся въ 1891 году. Наконецъ 18 іюня г. Giasobini въ Ницѣ открылъ въ созвѣздіи Козерога маленькую комету съ продолговатымъ ядромъ, быстро перемѣщающуюся къ востоку.

8 іюня (27 мая) состоялся третій международный полетъ воздушныхъ шаровъ съ самопишущими метеорологическими приборами, а также и шаровъ съ наблюдателями. Въ Петербургѣ шары были пущены изъ воздухоплавательнаго учебнаго парка. Шаръ съ приборами (ballon-sonde), емкостью въ 400 м<sup>3</sup>, наполненный водородомъ, принадлежащій Императорскому Русскому Географическому Обществу, достигъ высоты въ 9 километровъ, гдѣ температура оказалась равной  $-49^{\circ}$ , опустился въ 9<sup>1</sup>/<sub>2</sub> ч. утра, черезъ 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub> ч. послѣ поднятія, въ 30 километрахъ къ сѣверу отъ Петербурга. Шаръ съ наблюдателями, наполненный свѣтильнымъ газомъ, поднялся въ 9<sup>1</sup>/<sub>2</sub> ч. утра и опустился близъ мѣста спуска перваго шара, у деревни Вартемяки. Онъ достигъ высоты въ 4500 метровъ; температура на этой высотѣ оказалась равной  $-12^{\circ}$ . Емкость этого шара („Генераль Заботкинъ“) равна 1200 м<sup>3</sup>. Въ Парижѣ были совершены три поднятія. Первый шаръ съ приборами былъ пущенъ въ 2 ч. 30 м. утра съ газоваго завода de la Villette и найденъ въ Magny, въ департаментѣ Seine-et-Oise. Нашедшіе его крестьяне, желая „вычистить“ законченный цилиндръ, на которомъ записывались кривыя, стерли съ него сажу. Въ 10 ч. 5 м. утра былъ пущенъ второй ballon-sonde, который упалъ въ Вестфаліи въ 5 ч. вечера. Въ 11 ч. 5 м. состоялся спускъ шара съ пассажирами („Балашовъ“), который достигъ высоты въ 2300 метровъ и опустился въ 2 часа у Verpilliers возлѣ Roze. Въ Брюсселѣ шаръ „Аврора“ былъ пущенъ утромъ и опустился во Фландріи. Въ Страсбургѣ ballon-sonde поднялся въ 8 час. 30 мин. утра и полетѣлъ къ сѣверу. Шаръ съ пассажирами достигъ высоты въ 1700 м. Въ Вьннѣ два шара лопнули въ моментъ отправленія; три другихъ шара съ пассажирами достигли высотъ въ 2000 метровъ, 2500 м. и 4500 м. ( $-8^{\circ}$ ). Въ Берлинѣ былъ пущенъ ballon-sonde и четыре шара съ пассажирами; изъ которыхъ одинъ шаръ поднялся до 5500 метровъ и нашелъ тамъ температуру въ  $-12^{\circ}$ .



# ЗАДАЧИ.

№ 517. Доказать, что при цѣлыхъ значеніяхъ  $m$  и  $n$  число

$$mn(m^{60} - n^{60})$$

дѣлится на

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 31 \cdot 61 = 56786730.$$

Е. Буницкій (Варна).

№ 518. На противоположащихъ сторонахъ  $AB$  и  $CD$  четырехугольника  $ABCD$  построены, ~~на~~ на основаніяхъ, равнобедренные подобные треугольники  $ABM$  и  $CDP$ , обращенные во вѣншнее поле фигуры; на остальныхъ сторонахъ  $AD$  и  $BC$  построены такіе же, подобные первымъ, треугольники  $ADN$  и  $BCQ$ , обращенные во внутреннее поле фигуры. Доказать, что  $MNPQ$  — параллелограммъ.

А. Гольденбергъ (Спб.).

№ 519. Рѣшить уравненія

$$a^x = x.$$

$$a^{x_1} = x_1.$$

$$x_1^{x_1} = x.$$

М. Огородовъ (Сарапулъ).

№ 520. Обобщая теорему, предложенную для доказательства въ зад. № 248 (№ 125 Вѣстника), доказать слѣдующую теорему: во всякомъ многоугольникѣ съ четнымъ числомъ сторонъ, описанномъ около круга, произведеніе перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ вершинъ многоугольника, взятыхъ черезъ одну, на какую нибудь касательную, и произведеніе перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ остальныхъ вершинъ на ту же касательную, находятся въ постоянномъ отношеніи.

Н. С. (Одесса).

№ 521. Рѣшить уравненіе

$$x^4 + 2ax^3 + (a^2 - k^2)x^2 + 2dkx - d^2 = 0.$$

П. Свѣшниковъ (Уральскъ).

№ 522. Окружность радіуса  $r$  раздѣлена точками  $A, B, C, \dots$  на  $n$  равныхъ частей. Произвольная точка  $M$  этой окружности соединена съ точками  $A, B, C, \dots$  прямыми  $MA, MB, MC, \dots$

Найти

$$\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 + \overline{MC}^2 + \dots$$

Рѣшить эту задачу безъ помощи тригонометріи.

Н. Николаевъ (Пенза).



## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

**№ 184 (2 сер.).** Доказать теорему: если въ кругъ вписанъ треугольникъ  $ABC$  и черезъ его вершины проведены касательныя до взаимнаго ихъ пересѣченія въ точкахъ  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ , то произведение перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ произвольной точки  $M$  окружности на стороны вписаннаго треугольника  $ABC$ , равно произведению перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ той же точки на стороны описаннаго треугольника  $A'B'C'$ . Обобщить эту теорему для многоугольника.

Докажемъ теорему сразу для многоугольника. Пусть  $AB$  — одна изъ сторонъ вписаннаго многоугольника,  $R$  — радиусъ даннаго круга,  $M$  — произвольная точка окружности,  $MN$  — перпендикуляръ, опущенный изъ  $M$  на прямую  $AB$ ,  $MQ$  — перпендикуляръ, опущенный изъ  $M$  на касательную въ точкѣ  $A$ .

Примѣняя къ треугольнику  $AMB$  извѣстную формулу для радиуса круга описаннаго, имѣемъ :

$$MA \cdot MB = 2R \cdot MN \quad (1)$$

Пусть  $AK$  — діаметръ, проходящій черезъ точку  $A$ , и  $MP$  — перпендикуляръ изъ точки  $M$  къ прямой  $AK$ . Тогда

$$\overline{MA}^2 = AK \cdot AP = 2R \cdot MQ \quad (2).$$

Назовемъ теперь вершины нѣкотораго вписаннаго многоугольника черезъ  $A_1, A_2, \dots, A_{n-1}, A_n$ , разстоянія отъ вершинъ его до точки  $M$  окружности, соотвѣтственно черезъ  $d_1, d_2, \dots, d_{n-1}, d_n$ ; разстоянія точки  $M$  отъ сторонъ  $A_1 A_2, A_2 A_3, \dots, A_n A_1$  соотвѣтственно черезъ  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , а разстоянія той же точки  $M$  отъ касательныхъ въ точкахъ  $A_1, A_2, \dots, A_n$  соотвѣтственно черезъ  $y_1, y_2, \dots, y_n$ .

Тогда по формуламъ (1), (2) имѣемъ :

$$d_1 d_2 = 2R x_1$$

$$d_2 d_3 = 2R x_2$$

$$\dots \dots \dots$$

$$d_{n-1} d_n = 2R x_{n-1}$$

$$d_n d_1 = 2R x_n$$

и

$$d_1^2 = 2R y_1$$

$$d_2^2 = 2R y_2$$

$$\dots \dots \dots$$

$$d_n^2 = 2R y_n.$$

Перемножая почленно каждую изъ группъ этихъ равенствъ, находимъ :

$$d_1^2 d_2^2 \dots d_n^2 = 2^n R^n x_1 x_2 \dots x_{n-1} x_n, \quad d_1^2 d_2^2 \dots d_n^2 = 2^n R^n y_1 y_2 \dots y_n,$$

откуда

$$x_1 x_2 \dots x_{n-1} x_n = y_1 y_2 \dots y_{n-1} y_n.$$

Я. Полушкинъ (Знаменка); Неполное рѣшеніе дали И. Бискъ (Кіевъ); В. Россовская (Курскъ).



№ 327 (2 сер.) Две окружности, центры которых  $O$  и  $o$ , касаются в точке  $A$ . Продолженная прямая  $Oo$  пересѣкает ихъ соответственно въ точкахъ  $B$  и  $b$ . Черезъ точку касанія  $A$  проведена произвольная прямая, пересѣкающая данныя окружности соответственно въ точкахъ  $C$  и  $c$ . Пусть прямая  $BC$  и  $bc$  пересѣкаютъ радикальную ось данныхъ окружностей въ точкахъ  $M$  и  $m$ . Определить геометрическое мѣсто точки пересѣченія прямыхъ  $Mo$  и  $mO$ .

Изъ подобія треугольниковъ  $ABM$  и  $Abm$  слѣдуетъ, что

$$\frac{AM}{AB} = \frac{Am}{Ab},$$

откуда

$$\frac{AM}{AO} = \frac{Am}{Ao},$$

а потому и треугольники  $AMO$  и  $Amo$  подобны и имѣютъ при вершинахъ  $O$  и  $o$  равные углы; слѣдовательно прямая  $MO$  и  $mo$  параллельны, причемъ

$$\frac{MO}{mo} = \frac{AO}{Ao} = \frac{R}{r} \quad (1),$$

гдѣ  $R$  и  $r$  — радиусы окружностей  $O$  и  $o$ .

Если  $R = r$ , то треугольники  $AMO$  и  $Amo$  не просто подобны, но равны. Въ этомъ случаѣ четырехугольникъ  $OMom$  есть ромбъ, и прямая  $Om$  и  $oM$  параллельны. Если же радиусы не равны (пусть  $R > r$ ), то прямая  $Om$  и  $Mo$  непременно пересѣкаются въ некоторой точкѣ  $N$ .

Вслѣдствіе параллельности прямыхъ  $OM$  и  $om$  имѣемъ

$$\frac{ON}{Nm} = \frac{OM}{om},$$

или (см. 1)

$$\frac{ON}{Nm} = \frac{R}{r},$$

откуда

$$\frac{ON \mp Nm}{ON} = \frac{R \mp r}{R}, \quad (2)$$

гдѣ знакъ  $-$  соответствуетъ случаю, когда окружность  $O$  лежитъ внѣ, а  $+$  случаю, когда она лежитъ внутри круга  $O$ .

Такимъ образомъ всегда имѣемъ (2):

$$\frac{ON}{Om} = \frac{R}{R \mp r} \quad (3),$$

откуда видно что искомое геометрическое мѣсто есть прямая, параллельная радикальной оси  $Mm$ . Называя разстояніе этой прямой отъ точки  $A$  черезъ  $x$ , находимъ (см. 3):

$$\frac{R \pm x}{R} = \frac{R}{R \mp r},$$



откуда

$$x = \frac{Rr}{R \mp r} \cdot *)$$

К. Щоголевъ (Курскъ); В. Буханцевъ (Борисоглѣбскъ).

**№ 331** (2 сер.). Даны три точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Провести окружность через точки  $A$  и  $B$  такъ, чтобы касательныя, проведенныя къ ней изъ точки  $C$ , составляли данный уголъ.

Центръ  $O$  искомой окружности лежитъ на перпендикулярѣ къ срединѣ отрезка  $AB$ . Называя черезъ  $M$  точку прикосновенія одной изъ касательныхъ, проведенныхъ изъ точки  $C$  къ окружности  $O$ , имѣемъ:

$$\frac{OM}{OC} = \frac{OA}{OC} = \sin \frac{\alpha}{2},$$

гдѣ  $\alpha$  — данный уголъ.

Итакъ центръ  $O$  лежитъ также на геометрическомъ мѣстѣ точекъ, разстоянія которыхъ отъ точекъ  $A$  и  $C$  находятся въ отношеніи

$$\sin \frac{\alpha}{2} : 1.$$

Это геометрическое мѣсто есть окружность, для построенія которой нужно на прямой  $AC$  найти точки  $P$  и  $Q$ , взятые такъ, что

$$\frac{PA}{CP} = \frac{QA}{CQ} = \sin \frac{\alpha}{2},$$

■ затѣмъ построить окружность на отрезкѣ  $PQ$ , какъ на діаметрѣ \*\*). Каждая изъ точекъ встрѣчи этой окружности съ перпендикуляромъ къ срединѣ отрезка  $AB$  есть центръ искомой окружности. Задача можетъ имѣть два, одинъ или ни одного отвѣта.

В. Буханцевъ (Борисоглѣбскъ); П. Хмбниковъ (Тула); Н. С. (Одесса).

**№ 338** (2 сер.). Даны три концентрическія окружности, радіусы которыхъ соответственно равны  $r$ ,  $2r$  и  $3r$ . Построить такой равносторонній треугольникъ, котораго вершины лежатъ на этихъ трехъ окружностяхъ и определить его сторону.

Пусть  $A$ ,  $B$ ,  $C$  суть вершины равносторонняго треугольника, лежащія соответственно на окружностяхъ радіусовъ  $r$ ,  $2r$ ,  $3r$ . Пусть  $O$  — общій центръ этихъ окружностей. Называя сторону треугольника  $ABC$  черезъ  $x$  и уголъ  $ASO$  черезъ  $y$ , находимъ изъ треугольниковъ  $ASO$  и  $OSB$ :

$$r^2 = x^2 + 9r^2 - 6rx \cos y \quad (1)$$

$$4r^2 = x^2 + 9r^2 - 6rx \cos \left( \frac{\pi}{3} - y \right) \quad (2)$$

\*) Другими словами, перпендикуляръ къ срединѣ отрезка, соединяющаго точку  $A$  со вторымъ центромъ подобія круговъ  $O$  и  $o$ , — чѣмъ читатель легко убѣдится, вычисливъ разстояніе между  $A$  и вторымъ центромъ подобія.

\*\*) Геометрія Киселева, стр. 125, § 200. 1896. М.



Но

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - y\right) = \cos\frac{\pi}{3}\cos y + \sin\frac{\pi}{3}\sin y = \frac{1}{2}\left(\cos y + \sqrt{3}\sin y\right),$$

а потому уравненіе (2) приметъ видъ

$$4r^2 = x^2 + 9r^2 - 3rx\cos y - 3rx\sqrt{3}\sin y \quad (3).$$

Опредѣляя  $\cos y$  и  $\sin y$  изъ уравненій (1) и (3), находимъ:

$$\cos y = \frac{8r^2 + x^2}{6rx} \text{ и } \sin y = \frac{2r^2 + x^2}{6rx\sqrt{3}}.$$

Поэтому

$$\left(\frac{8r^2 + x^2}{6rx}\right)^2 + \left(\frac{2r^2 + x^2}{6rx\sqrt{3}}\right)^2 = \sin^2 y + \cos^2 y = 1,$$

откуда

$$4x^4 - 56r^2x^2 + 196r^4 = 0,$$

или

$$x^4 - 14r^2x^2 + 49r^4 = 0,$$

или  $x^2 = 7r^2$

откуда

$$x = r\sqrt{7}.$$

Изъ треугольниковъ  $AOC$  и  $COB$  имѣемъ:

$$x^2 = 7r^2 = r^2 + 9r^2 - 6r^2\cos AOC,$$

откуда

$$\cos AOC = \frac{1}{2}, \text{ т. е. } \angle AOC = \frac{\pi}{3}.$$

Подобнымъ же образомъ найдемъ, что  $\angle COB = \frac{\pi}{3}$ .

Итакъ, чтобы построить треугольникъ  $ABC$ , достаточно взять произвольный радіусъ  $AO = r$  въ первой окружности, затѣмъ провести прямую  $ON$  такъ, чтобы уголъ  $AON$  былъ равенъ  $120^\circ$ , и прямую  $OM$ , дѣлящую уголъ  $AOB$  пополамъ.

Точки встрѣчи прямыхъ  $OM$  и  $ON$  соотвѣтственно съ окружностями радіусовъ  $3r$  и  $2r$  суть вершины  $C$  и  $B$  искомага треугольника.

*В. Перельцевъ (Полтава); А. П. (Пенза).*

Рѣшить тригонометрически слѣдующія задачи изъ собранія геометрическихъ задачъ Пржевальскаго (№№ 427—429).

**№ 427** (3 сер.). Если  $p$  и  $P$  периметры вписаннаго и описаннаго правильныхъ многоугольниковъ того же числа сторонъ и  $p'$  и  $P'$  периметры вписаннаго и описаннаго правильныхъ многоугольниковъ съ двойнымъ числомъ сторонъ, то

$$P' = \frac{2Pr}{P+p} \text{ и } p'^2 = P' \cdot p.$$

Называя стороны многоугольниковъ, имѣющихъ соотвѣтственно



периметрами  $p, P, p'$  и  $P'$ , через  $n, b_n, a_{2n}, b_{2n}$ , и центральный угол, стягиваемый стороной  $a_n$ , через  $4\alpha$ , имѣемъ:

$$a_n = 2r \sin 2\alpha, b_n = 2r \operatorname{tg} 2\alpha, a_{2n} = 2r \sin \alpha, b_{2n} = 2r \operatorname{tg} \alpha,$$

гдѣ  $r$  — радиусъ круга, описаннаго около перваго многоугольника.

Поэтому

$$p = 2nr \sin 2\alpha, P = 2nr \operatorname{tg} 2\alpha, p' = 4nr \sin \alpha, P' = 4nr \operatorname{tg} \alpha.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \frac{2Pp}{P+p} &= \frac{8n^2 r^2 \sin 2\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha}{2nr(\sin 2\alpha + \operatorname{tg} 2\alpha)} = \frac{4nr \sin^2 2\alpha}{\cos 2\alpha (\operatorname{tg} 2\alpha + \sin 2\alpha)} = \\ &= \frac{4nr \sin^2 2\alpha}{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha \sin 2\alpha} = \frac{4nr \cdot \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{4nr \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha} = \\ &= 4nr \operatorname{tg} \alpha = P. \end{aligned}$$

Затѣмъ

$$P'p = 8n^2 r^2 \sin 2\alpha \operatorname{tg} \alpha = \frac{16n^2 r^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha} = 16n^2 r^2 \sin^2 \alpha = p'^2.$$

Л. Магазаникъ (Бердичевъ); И. Поповскій (Умань); Б. Аръшковъ (Курскъ).

№ 428 (3 сер.) Периметры вписанныхъ правильныхъ многоугольниковъ о  $n, 2n$  и  $4n$  сторонахъ суть:  $p, p', p''$ ; показать, что

$$p''^2 = \frac{2p'^3}{p+p'}.$$

Обозначая стороны многоугольниковъ объ  $n, 2n, 4n$  сторонахъ соответственно черезъ  $a_n, a_{2n}, a_{4n}$ , радиусъ круга описаннаго черезъ  $r$ , и уголъ, стягиваемый стороной  $a_n$  въ центрѣ, черезъ  $8\alpha$ , имѣемъ:

$$a_n = 2r \sin 4\alpha, a_{2n} = 2r \sin 2\alpha, a_{4n} = 2r \sin \alpha$$

и

$$p = 2nr \sin 4\alpha, p' = 4nr \sin 2\alpha, p'' = 8nr \sin \alpha.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{2p'^3}{p+p'} &= \frac{128n^3 r^3 \sin^3 2\alpha}{2nr(\sin 4\alpha + 2\sin 2\alpha)} = \frac{64n^2 r^2 \sin^3 2\alpha}{2\sin 2\alpha (1 + 2\cos 2\alpha)} = \\ &= \frac{64n^2 r^2 \sin^2 2\alpha}{4\cos^2 \alpha} = \frac{64n^2 r^2 \cdot 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{4\cos^2 \alpha} = 64n^2 r^2 \sin^2 \alpha = p''^2. \end{aligned}$$

Л. Магазаникъ (Бердичевъ); Я. Полушкинъ (Знаменка); И. Поповскій (Умань); Б. Аръшковъ (Курскъ)

№ 429 (3 сер.). Обозначимъ черезъ  $r$  и  $R$  соответственно радиусы вписанной и описанной окружности для даннаго правильнаго многоугольника, а черезъ  $r'$  и  $R'$  соответственно радиусы вписанной и описанной окружности для правильнаго многоугольника съ двойнымъ числомъ сторонъ, но имѣющаго одинаковый периметръ съ первымъ; показать, что

$$r' = \frac{R+r}{2} \text{ и } R'^2 = Rr'.$$

Обозначивъ сторону перваго многоугольника черезъ  $4a$ , находимъ,



что сторона второго равна  $2a$ , такъ какъ число сторонъ его вдвое больше числа сторонъ перваго многоугольника, но периметры обоихъ многоугольниковъ равны. Пусть  $4\alpha$  обозначаетъ уголъ, стягиваемый стороною  $2a$  при центрѣ.

Тогда

$$2a = R \sin 2\alpha, \quad a = R' \sin \alpha,$$

откуда

$$2R' \sin \alpha = R \sin 2\alpha = 2R \sin \alpha \cos \alpha.$$

Такъ какъ уголъ  $\alpha$  не равенъ нулю, то изъ равенства

$$2R' \sin \alpha = 2R \sin \alpha \cos \alpha$$

выводимъ:

$$R' = R \cos \alpha \quad (1)$$

кромѣ того,

$$r = R \cos 2\alpha \quad (2)$$

$$r' = R' \cos \alpha \quad (3)$$

Для первое уравненіе на третье, находимъ:

$$\frac{R'}{r'} = \frac{R}{r},$$

откуда

$$R'^2 = Rr'.$$

Перемножая тѣ же уравненія, имѣемъ:

$$r'R' = RR' \cos^2 \alpha,$$

откуда

$$\cos^2 \alpha = \frac{r'}{R}. \quad (4)$$

Представивъ уравненіе (2) въ видѣ

$$r = R(1 - 2\cos^2 \alpha)$$

и подставляя  $\cos^2 \alpha$  изъ уравненія (4), получимъ:

$$r = R \left( 1 - \frac{2r'}{R} \right) = R - 2r',$$

откуда

$$r' = \frac{R + r}{2}.$$

Л. Магазаникъ (Бердичевъ); Я. Полушкинъ (Знаменка); И. Поповскій (Умань);  
Б. Аръшковъ (Курскъ).

## ОБЗОРЪ НАУЧНЫХЪ ЖУРНАЛОВЪ.

### Bulletin de la Société Astronomique de France.

№ 8. — 1897.

Les radiations solaires et les couleurs. C. Flammarion. Съ цѣлью опредѣлить, какіе именно лучи солнечнаго спектра наиболѣе дѣятельны по отношенію къ растительнымъ процессамъ, Фламмаріонъ пробовалъ-было помѣщать одинаковыя



растенія въ различныхъ частяхъ солнечнаго спектра, полученнаго при помощи призмы съ сѣроуглеродомъ, дававшей спектръ длиною около метра, но такіе опыты оказались неудобными и ненадежными, съ одной стороны вслѣдствіе неизбежныхъ пере-рывовъ въ освѣщеніи, съ другой — вслѣдствіе трудности сдѣлать спектръ *вполнѣ* неподвижнымъ. Поэтому еще въ Іюнѣ 1894 г. онъ избралъ\* другой путь: пригото-вилъ нѣсколько стеклянныхъ колпаковъ различной монохроматической окраски — сине-фіолетовый, зеленый, красный и безцвѣтный — и накрывалъ ими растенія по возможности одинаковыя во всѣхъ отношеніяхъ; въ результатѣ оказалось, что подъ краснымъ колпакомъ получились результаты наилучшіе. Но такъ какъ подъ различными колпаками были неодинаковыми цвѣтъ лучей, сила свѣта и температура, то возникалъ вопросъ, чему именно приписать эти наилучшіе результаты. Для рѣшенія этого вопроса Фламмаріонъ при помощи ширмъ добился одинаковой температуры и сте-пени освѣщенія (измѣрявшихся термометромъ, радіометромъ и испарительнымъ актинометромъ) подъ безцвѣтнымъ и краснымъ колпаками ■ тогда результаты ока-зались тѣ же: подъ дѣйствіемъ *красныхъ* лучей растенія достигали наибольшаго роста. Опыты производились съ мимозами, *Strobilanthes duerianus* и латукомъ, при-чемъ послѣдній совсѣмъ утратилъ свой обычный видъ кочана ■ выросъ до 1 $\frac{1}{2}$  метра, въ то время какъ при бѣлыхъ лучахъ его ростъ достигалъ только 6 деци-метровъ.

Дальнѣйшія изслѣдованія показали, что цвѣтъ лучей вліяетъ не только на ростъ, но ■ на окраску, форму, величину листьевъ, цвѣтовъ и плодовъ; такъ напр. извѣстно, что помѣщая цвѣтную лилію (разновидность *de Marly*) въ теплицу при неизмѣнной темп.  $+15^{\circ}$ , можно ее превратить въ бѣлую; Фламмаріонъ накрывалъ лиліи съ окрашенными бутонами разноцвѣтными колпаками ■ получилъ при бѣлыхъ лучахъ розовато-бѣлую лилію, при цвѣтныхъ лучахъ — совершенно бѣлую, хотя темп. измѣнялась въ предѣлахъ отъ  $-1^{\circ}$  до  $25^{\circ}$ ; можно на одномъ кустѣ получить лиліи различныхъ оттѣнковъ, закрывая бутоны непрозрачными колпачками на болѣе или менѣе продолжительное время; той же цѣли можно достичь, помѣщая лиліи съ бутонами настолько развившимися, что въ нихъ уже видна окраска, въ различныхъ лучахъ.

Вліяніе свѣта на окраску и цвѣтъ листа особенно рѣзко замѣтно на листьяхъ *Coleus*; на раскрашенномъ рисункѣ, приложенномъ къ статьѣ, особенно поражаютъ пестротой ■ сложностью узора листья этого растенія, выращеннаго подъ краснымъ колпакомъ ■ на открытомъ воздухѣ при разсѣянномъ свѣтѣ; наиболѣе яркая окраска получается подъ бѣлымъ колпакомъ или на открытомъ воздухѣ, наиболѣе блѣд-ная при наименьшей величинѣ листа — подъ синимъ колпакомъ, или на открытомъ воздухѣ при слабомъ свѣтѣ. Ярко красный цвѣтокъ *Crassula* становится бѣлымъ, если разцвѣтеть въ темнотѣ. Листья герани, имѣющіе при полномъ освѣщеніи красноватый вѣнчикъ, теряютъ его при цвѣтныхъ лучахъ; при красныхъ листь до-стигаетъ наибольшей величины, при синихъ листь меньше и темнѣе, при зеленыхъ листь очень малъ ■ блѣденъ. Такіе же результаты получились относительно ок-раски плодовъ: персиговъ, яблокъ, вишенъ, земляники. Наконецъ цвѣтъ лучей влі-яетъ ■ на запахъ: земляника наиболѣе душиста при красныхъ лучахъ; цвѣты *Crassula*, обыкновенно издающіе слабый запахъ, при цвѣтныхъ лучахъ пахнутъ сильнѣе.

**Observations de Jupiter.** *F. Quénisset.* Сопоставленіе наблюденій надъ Юпите-ромъ въ оппозиціи 1895—6 гг. и 1897 г. Видъ планеты постоянно измѣняется. Изъ особенностей вида Юпитера въ 1897 г. (съ Февраля по Май) бросается въ глаза розоватый цвѣтъ экваторіальнаго пояса, измѣнявшійся въ своей интенсивности до красноватаго (въ Февралѣ ■ въ концѣ Мая). Сѣверная экваторіальная темная по-лоса, видимая одинокой въ 1895—6 гг., въ 1897 начала двоиться и въ Маѣ двои-лась отчетливо. \*).

**Observations de Vénus.** *D. E. Fonséré.*

**Observations de Saturne.** *Leo Brenner.* Въ Маѣ *M. me Manoga* замѣтила не только просвѣтъ Антоніади, но открыла и новый между среднимъ и внутреннимъ

\*) Эти явленія *Quénisset* наблюдалъ въ трубу съ діам. 160 mm при увел. 200—250—300, ■■ мнѣ ихъ удалось видѣть въ трубу съ діам. 75 mm ■ увел. 140.



кольцами Сатурна; по величинѣ онъ меньше просвѣта Кассини, но болѣе другихъ. Открытіе подтверждено Brenner'омъ. Видъ тѣни С. на кольцахъ показываетъ, что наружное и среднее кольца лежатъ въ разныхъ плоскостяхъ.

### Etoiles filantes d'Aout 1896.

**La longevité des astronomes et des contemplatifs.** С. F. Замѣчательная долговѣчность астрономовъ видна изъ слѣд. списка:

	Годъ смерти.	Возрастъ.		Годъ смерти.	Возрастъ.
Фонтенель . . . . .	1757	100	Галлей. . . . .	1742	86
Каролина Гершель . . .	1848	98	Швабе . . . . .	1875	86
Кассини IV . . . . .	1845	97	Пингре. . . . .	1796	85
Сэръ Эдвардъ Сабинъ . .	1883	94	Лонгомонтанусъ . . .	1647	85
Марія Сомервиль. . . .	1872	92	Ньютонъ . . . . .	1727	84
Сантини . . . . .	1877	91	В. Гершель . . . . .	1822	84
G. Biddel Airy . . . .	1892	90	Д. Бернулли . . . . .	1782	82
Ал. Гумбольдтъ . . . .	1859	90	Ольберсъ . . . . .	1840	82
Израэль Буйло . . . .	1694	89	Лежандръ . . . . .	1833	82
Пальміери . . . . .	1896	89	Мэстлинъ . . . . .	1631	81
Ж. А. Готье . . . . .	1881	88	Лассели . . . . .	1880	80
Ж. Р. Біо . . . . .	1862	88	Піацци . . . . .	1826	80
Ж. Д. Кассини. . . . .	1712	87	Медлеръ . . . . .	1874	80
Мессье . . . . .	1817	87			

За ними слѣдуютъ: Лаландъ, Лапласъ, Лагранжъ, Галилей, Гевелій, Биде, Эйлеръ, Дж. Гершель умершіе въ возрастѣ 75—80 л.

**Nouvelles de la Science. Variétés.**

**Le ciel du 15 Aout au 15 Septembre.**

К. С.

## MATHESIS.

1897.— № 6.

**Sur quelques formules, qui représentent par approximation l'arc dont on connaît le sinus et le cosinus.** Par E. Lampe. Для приближеннаго вычисленія дуги  $x$  по  $\sin x$  и  $\cos x$  существуютъ двѣ ф-лы —

Николая Кузы:

$$x = \frac{3 \sin x}{2 + \cos x}$$

и Ньютона:

$$x = \frac{14 + \cos x}{9 + 6 \cos x} \cdot \sin x.$$

Проф. Lampe указываетъ на способъ отысканія такихъ ф-лъ при помощи рядовъ и метода неопредѣленныхъ коэффиціентовъ.

Допустивъ, напр., что

$$\lg \frac{1+x}{1-x} = 2 \left( x + \frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{5} x^5 + \dots \right)$$

выражается приближенной ф-лой вида

$$\frac{x + a_3 x^3 + a_5 x^5}{1 + b_3 x^3 + b_5 x^5}$$

и разложивъ эту ф-лу въ рядъ, онъ находитъ:

$$a_3 = -\frac{7}{9}, a_5 = \frac{64}{945}, b_3 = -\frac{10}{9}, b_5 = \frac{5}{11}.$$

Разность между обоими рядами начинается съ членовъ, содержащихъ  $x^{11}$ ; съ такимъ приближеніемъ, слѣдов., получаемъ ф-лу:

$$\lg \frac{1+x}{1-x} = \frac{2x(945 - 735 x^2 + 64 x^4)}{15(63 - 70 x^2 + 15 x^4)}.$$



Положивъ здѣсь  $x = \frac{1}{n}$ , а затѣмъ  $n = 3$ , получимъ

$$\lg 2 = 0,69314715 \dots,$$

число, отличающееся отъ истиннаго

$$\lg 2 = 0,69314718$$

восьмымъ десятичнымъ знакомъ.

**Задача I.** Определить коэффициенты приближенной ф-лы:

$$a_1 \sin x + a_2 \sin 2x + a_3 \sin 3x + \dots + a_n \sin nx = x.$$

Разложивъ  $\sin x, \sin 2x, \dots, \sin nx$  въ ряды и приравнявъ коэффициенты при соответственныхъ первыхъ  $n$  членахъ обѣихъ частей допущеннаго равенства, получимъ для опредѣленія  $a_1, a_2, \dots, a_n$   $n$  ур-ній:

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n = 1,$$

$$a_1 + 2^3a_2 + 3^3a_3 + \dots + n^3a_n = 0,$$

$$a_1 + 2^5a_2 + 3^5a_3 + \dots + n^5a_n = 0,$$

$$a_1 + 2^{2n-1}a_2 + 3^{2n-1}a_3 + \dots + n^{2n-1}a_n = 0,$$

изъ которыхъ найдемъ:  $a_k \cdot D = D_k$ , гдѣ

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2^3 & 3^3 & \dots & n^3 \\ 1 & 2^5 & 3^5 & \dots & n^5 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2^{2n-1} & 3^{2n-1} & \dots & n^{2n-1} \end{vmatrix} =$$

$$= n! (n^2 - 1^2) (n^2 - 2^2) (n^2 - 3^2) \dots (n^2 - (n-1)^2) \times \\ \times (n-1^2 - 1^2) (n-1^2 - 2^2) \dots (n-1^2 - (n-2)^2) \times \\ \dots \times (k^2 - 1^2) (k^2 - 2^2) (k^2 - 3^2) \dots (k^2 - (k-1)^2) \times \\ \dots \times (3^2 - 1^2) (3^2 - 2^2) \times \\ \times (2^2 - 1^2);$$

$$D_k = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & k-1 & 1 & k+1 & \dots & n \\ 1 & 2^3 & 3^3 & \dots & (k-1)^3 & 0 & (k+1)^3 & \dots & n^3 \\ 1 & 2^5 & 3^5 & \dots & (k-1)^5 & 0 & (k+1)^5 & \dots & n^5 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2^{2n-1} & 3^{2n-1} & \dots & (k-1)^{2n-1} & 0 & (k+1)^{2n-1} & \dots & n^{2n-1} \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^{k-1} \left( \frac{n!}{k} \right)^3 \cdot (n^2 - 1^2) (n^2 - 2^2) \dots (n^2 - (k+1)^2) (n^2 - (k-1)^2) \dots (n^2 - n^2) \times \\ \times (k+1^2 - 1^2) (k+1^2 - 2^2) \dots (k+1^2 - (k-1)^2) \times \\ \times (k-1^2 - 1^2) (k-1^2 - 2^2) \dots (k-1^2 - (k-2)^2) \times \\ \dots \times (3^2 - 1^2) (3^2 - 2^2) (2^2 - 1^2).$$



Изъ этихъ выраженій получимъ:

$$a_k = (-1)^{k-1} \cdot \frac{2n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)}{k(n+1)(n+2) \dots (n+k)};$$

положивъ здѣсь  $k = 1, 2, 3 \dots$ , найдемъ послѣдовательно;

$$a_1 = \frac{2n}{n+1},$$

$$a_2 = -\frac{2n(n-1)}{2(n+1)(n+2)},$$

$$a_3 = \frac{2n(n-1)(n-2)}{3(n+1)(n+2)(n+3)},$$

.....

Такимъ образомъ, искомая приближенная ф-ла для  $x$  принимаетъ видъ

$$\frac{2n}{n+1} \left[ \sin x - \frac{n-1}{n+2} \cdot \frac{\sin 2x}{2} + \frac{(n-1)(n-2)}{(n+2)(n+3)} \cdot \frac{\sin 3x}{3} - \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{(n+2)(n+3)(n+4)} \cdot \frac{\sin 4x}{4} + \dots \right] =$$

$$= x + cx^{2n+1}, \quad (I)$$

гдѣ  $c$  — коэфф. при  $x^{2n+1}$  первой части равенства, разложенной въ рядъ. (Членъ  $cx^{2n+1}$  можетъ служить для опредѣленія степени погрѣшности).

Полагая въ полученной общей ф-лѣ  $n = 2, 3, 4 \dots$  и выражая sinus'ы кратныхъ дугъ чрезъ  $\sin x$  и  $\cos x$ , получимъ рядъ приближенныхъ ф-лъ для вычисленія  $x$  по  $\sin x$  и  $\cos x$ , напр. (при  $n = 2$ )

$$\frac{1}{3} \sin x (4 - \cos x) = x - \frac{1}{30} x^3 \dots$$

Если въ общей приближенной ф-лѣ (I) положить  $n = \infty$ , то получится рядъ Фурье (Fourier):

$$x = 2 \left( \sin x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x - \dots \right).$$

Чрезъ дифференцированіе ф-лы (I) (при  $n$  конечномъ), получимъ:

$$\frac{2n}{n+1} \left[ \cos x - \frac{n-1}{n+2} \cos 2x + \frac{(n-1)(n-2)}{(n+2)(n+3)} \cos 3x - \dots \right] = 1 + (2n+1) cx^{2n};$$

это равенство при  $x = 0$  даетъ тождества:

$$\frac{n}{n+1} \left[ 1 - \frac{n-1}{n+2} + \frac{(n-1)(n-2)}{(n+2)(n+3)} - \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{(n+2)(n+3)(n+4)} + \dots \right] = \frac{1}{2},$$

справедливое при всякомъ цѣломъ положительномъ  $n$ .

Нсвыя, подобнаго рода, тождества получимъ чрезъ двухъ-кратное, трехъ-кратное и т. д. дифференцированіе ф-лы (I).

Если ф-лу (I) продифференцировать при  $n = \infty$  (что невозможно) и положить  $x = 0$ , то получается ложный рядъ Лейбница

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots = \frac{1}{2}.$$

**Sur une méthode élémentaire d'exposition des principes de la géométrie non-Euclidienne. (Suite).**

**Note de géométrie.** Par M. E. Mathot. Если діагонали, соединяющія противоположныя вершины 6-тиугольника  $ABCDEF$ , вписаннаго въ кругъ, пересѣкаются въ одной точкѣ  $O$ , то произведеніе трехъ несмежныхъ сторонъ его равно произведенію трехъ



другихъ его сторонъ. Дѣйствительно, тр-ки AOB и EOD, BOC и FOE, COD и AOF — подобны, а потому

$$\frac{AB}{ED} = \frac{AO}{EO}; \frac{EF}{BC} = \frac{EO}{CO}; \frac{CD}{FA} = \frac{CO}{AO};$$

отсюда чрезъ умноженіе получаемъ:

$$AB \cdot CD \cdot EF = BC \cdot DE \cdot FA.$$

Обратно, если послѣднее равенство существуетъ, то діагонали 6-ти угольника пересѣкаются въ одной точкѣ. Изъ этой теоремы выводится какъ слѣдствіе, что

- a) Биссектриссы тр-ка пересѣкаются въ одной точкѣ.
- b) Высоты тр-ка пересѣкаются въ одной точкѣ.
- c) Если прямая, проведенная чрезъ вершины тр-ка, пересѣкаются въ одной точкѣ, то прямая, симметричная съ ними относительно биссектриссъ, также пересѣкаются въ одной точкѣ.
- d) Теорема Чевы (Ceva).
- e) Діагонали описаннаго около круга четырехугольника и прямая, соединяющія точки касанія противоположныхъ сторонъ его, пересѣкаются въ одной точкѣ.

**Note mathématique.** 24. *Sur les triangles semiconjugués.* (Retali).

**Solutions de questions proposées.** №№ 901, 946, 959, 1058.

**Questions proposées.** №№ 1123 - 1126.

**Publications récentes.** 1127. *Géométrie dirigée.* Par G. Fontené. Paris 1897. Prix: 2 fr.

**Questions d'examens.** №№ 800, 801.

**Concours général des Lycées de France.** (1897).

**Ecole polytechnique de Paris. Composition de Mathématiques.** (1897).

Д. Е.

## Присланы въ редакцію книги и брошюры.

94. **Прямолинейная тригонометрія.** Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній съ собраніемъ задачъ. Составилъ А. Воиновъ, и. о. инспектора Корочанской гимназіи. 2-е изданіе. Въ первомъ изданіи одобрена Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія для среднихъ учебныхъ заведеній. Москва. 1897. Ц. 70 к.

95. *N. Kasterin. Ueber die Dispersion der akustischen Wellen in einem nicht-homogenen Medium.* (Vorläufige Mittheilung). Overgedrukt uit: Verslag van de Gewone Vergadering der Wis-en Natuurkundige Afdeeling van 26 Februari 1898. (Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam). 1898.

96. А. Минэ. Электрическія печи и ихъ примѣненія. Перевелъ съ франц. В. И. Зворыкинъ Сиб. 1898. Ц. 1 р. 20 к.

97. Грѣзы о землѣ и небѣ и эффекты всемірнаго тяготѣнія. К. Циолковскій. Изданіе А. Н. Говчарова. М. 1895. Ц. 1 р.

98. О дѣйствии внѣшняго давленія на поверхность раздѣла тяжелой жидкости и ея пара. Н. Н. Шиллера. (Изъ „Унив. Извѣстій“ за 1898 г.).

Редакторъ В. А. Циммерманъ.

Издатель В. А. Гернетъ.

Дозволено цензурою. Одесса, 25-го Іюля 1898 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. № 39.